|  | **UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ - UESC**  **PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO - PROGRAD**  **DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET**  **CURSO: ENGENHARIA MECÂNICA** | **CA III**  **2021.1** |
| --- | --- | --- |

**Cálculo Aplicado III**

| **Professor** | Afonso Henriques | |
| --- | --- | --- |
| **Estudante** | Igor Lima Rocha | **Data: 21/10/2021** |
| **Unidade II** | **Segunda avaliação escrita de CA III CC 2021\_2** | |

| **Obs.** Abra o arquivo pdf e leia atentamente a observação e o enunciado de cada tarefa antes de começar a resolução.  **Atenção:** Lembre-se de assinar a avaliação colocando o seu nome no espaço correspondente acima e em cada folha de respostas (se utilizar o ambiente papel/lápis)! |
| --- |

Utilize este espaço ou se preferir utilize o ambiente papel/lápis seguindo as orientações indicadas na avaliação em pdf. Boa sorte!

**Resolução da T1 da GT1**

Para responder essa questão devemos, inicialmente, calcular o vetor gradiente de f(x, y).

Precisamos encontrar o vetor gradiente da função f(x, y). Para isso devemos calcular a derivada parcial em relação a X e Y:

Calculando a derivada parcial em relação a X:

Reescrevendo, temos:

Podemos utilizar a regra da cadeia, para poder remover a raiz quadrada da derivada:

Resolvendo a derivada normalmente:

Agora devemos calcular a derivada parcial em relação a Y:

Reescrevendo, temos:

Podemos utilizar a regra da cadeia, para poder remover a raiz quadrada da derivada:

Resolvendo a derivada normalmente:

No final, nós temos o vetor gradiente de f(x, y):

Substituindo o ponto P no vetor gradiente, temos:

Agora devemos verificar se o vetor v é unitário, então:

Como o vetor v não é unitário, devemos encontrar um vetor unitário que tenha a mesma direção e sentido do vetor v, o qual podemos obtê-lo da seguinte forma:

Finalmente, podemos calcular a derivada direcional de f(x, y), utilizando a equação:

**Resolução da T2 da GT1**

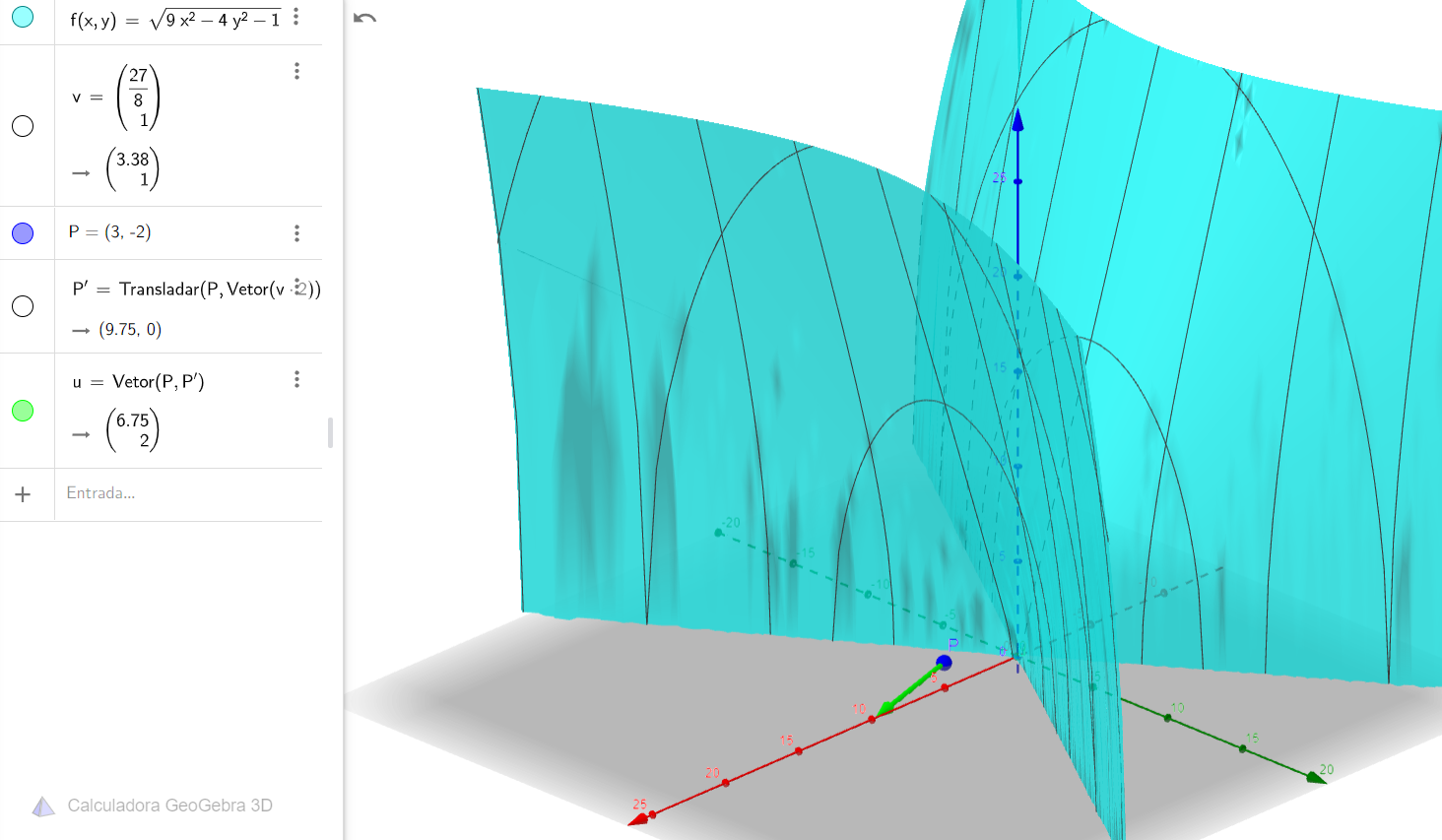
A direção em que a função f(x, y) cresce mais rapidamente no ponto P, é o módulo do vetor gradiente de f naquele ponto. Como já calculamos o vetor gradiente na T1 da GT1, podemos calcular o seu módulo da seguinte forma:

Agora para calcularmos as taxas de variação nessa direção, utilizaremos o vetor gradiente já calculado. Portanto a taxa de crescimento de f(x, y) no ponto P ocorre na direção:

Já a taxa de decrescimento de f(x, y) no ponto P ocorre na direção:

**Resolução da T3 da GT1**

A representação gráfica do gradiente de f no ponto P é o vetor u (em verde no gráfico):

****

**Resolução da T1 da GT2**

Para realizar esta tarefa, devemos considerar que, como a função f(x,y,z) possui 3 variáveis , podemos utilizar a seguinte relação:

Calculando a derivada parcial de f(x,y,z) em relação a X:

Aplicando ela ao ponto:

Temos:

Calculando a derivada parcial de f(x,y,z) em relação a Y:

Aplicando ela ao ponto:

Temos:

Calculando a derivada parcial de f(x,y,z) em relação a Z:

Aplicando ela ao ponto:

Temos:

Agora nós podemos utilizar a relação da equação do plano com os dados que temos:

Essa é a equação do plano tangente da função f no ponto Q.

Para calcular o gradiente da função f, temos a seguinte relação:

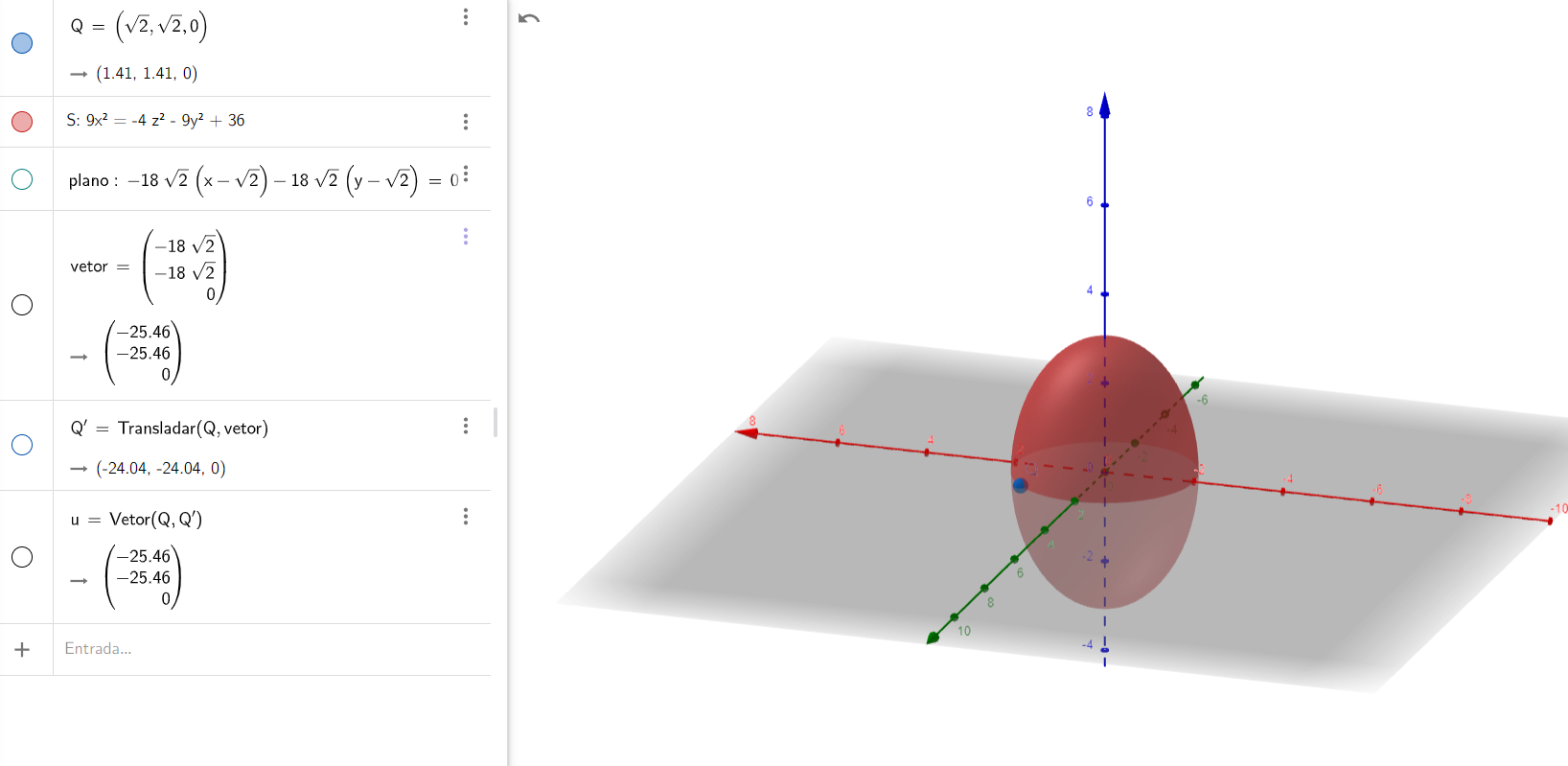
Como já temos os valores das derivadas parciais da função f em relação a X, Y e Z, podemos substituir os seus valores na relação, para obtermos o vetor gradiente:

Aplicando o ponto Q ao vetor gradiente, temos que:

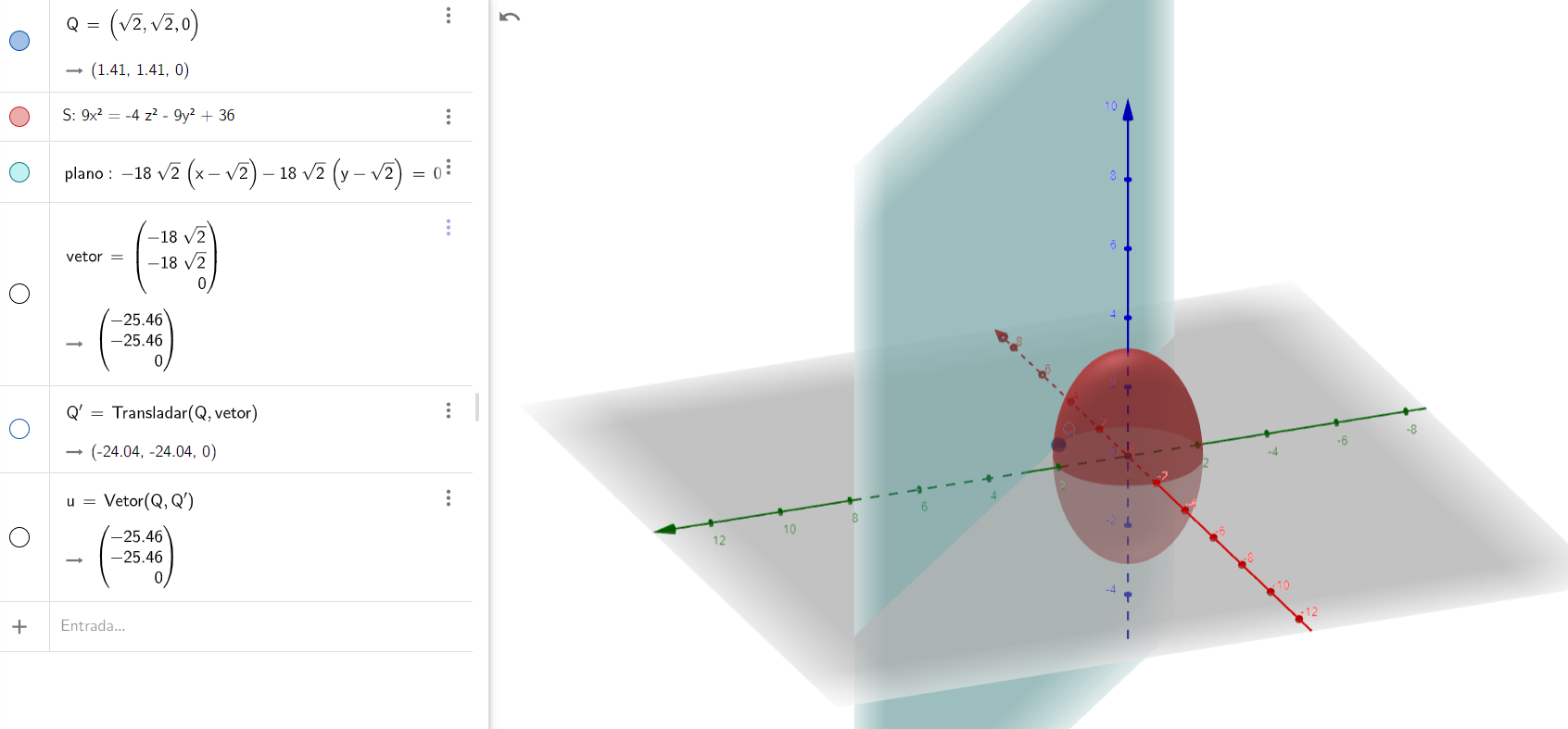
Podemos reescrever o gradiente da seguinte forma:

**Resolução da T2 da GT2**

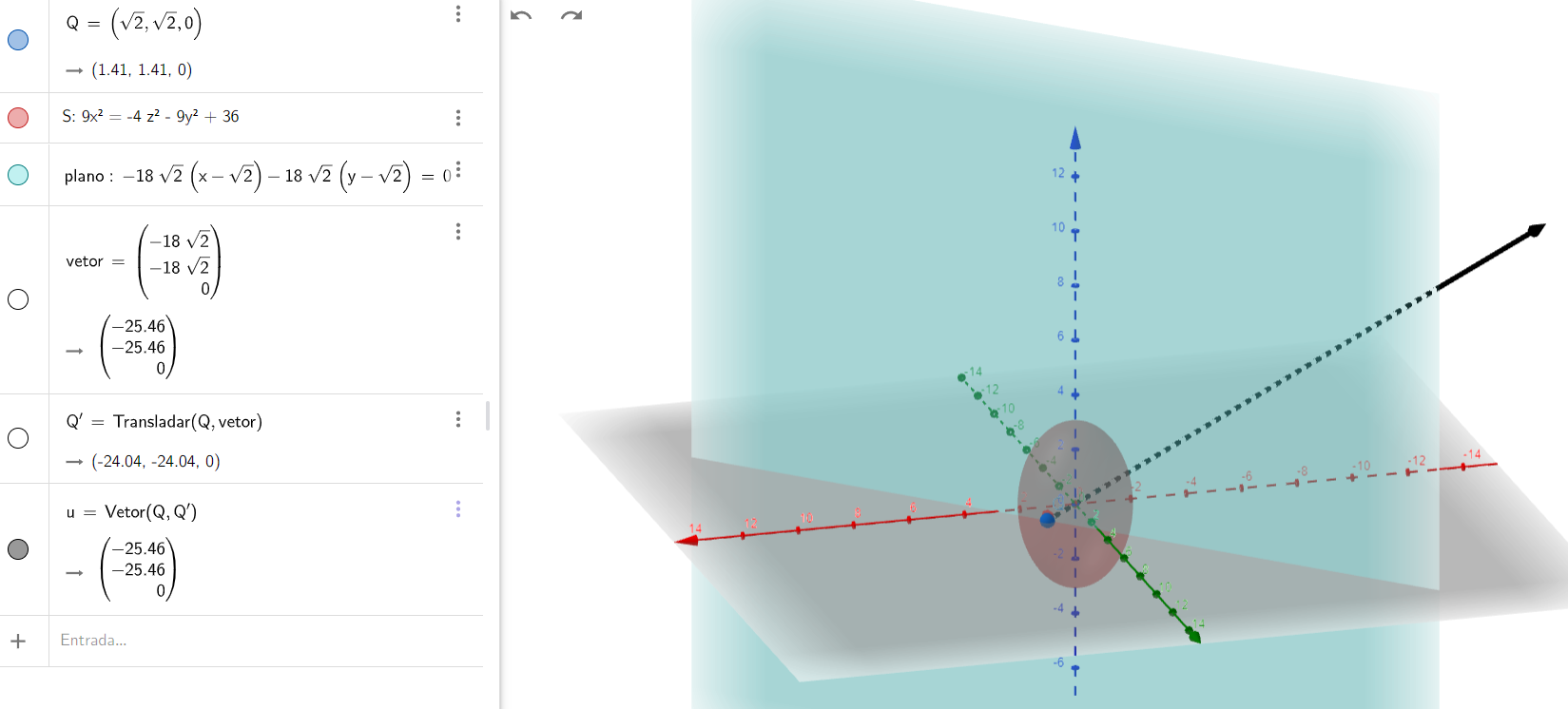
Podemos visualizar no ambiente gráfico, a superfície S e o ponto Q:

****

Visualizamos também o plano tangente a S:

****

Juntamente com o vetor gradiente de f no ponto Q:

****

**Resolução da T1 da GT3**

Para realizarmos essa tarefa, devemos considerar:

Percebemos que temos o π como restrição.

Primeiro vamos obter as derivadas parciais da função g(x,y,z) em relação a x:

Agora vamos obter as derivadas parciais da função g(x,y,z) em relação a y:

E por fim, as derivadas parciais da função g(x,y,z) em relação a z:

Logo o vetor gradiente da função g é:

Em seguida devemos calcular as derivadas parciais de restrição.

Considerando a superfície π da seguinte forma:

Iremos calcular a derivada parcial da superfície π(x, y, z) em relação a x:

Em seguida, calcular a derivada parcial da superfície π(x, y, z) em relação a y:

E, por fim, calcular a derivada parcial da superfície π(x, y, z) em relação a z:

Logo, o vetor gradiente da superfície é:

Para nós obtermos o gradiente da função, utilizaremos a seguinte relação:

Podemos, então, resolver o sistema de equações:

**1)**

**2)**

**3)**

Isolando o lambda em cada equação, teremos o seguinte:

**1)**

**2)**

**3)**

Juntando as equações 1 e 2, temos que:

Juntando as equações 1 e 3, e usando o valor que obtivemos de X, temos que:

Agora que temos todos em relação a X, podemos substituir na restrição:

\*(5)

Substituiremos nas relações que tínhamos antes:

Por fim, descobrimos que o ponto crítico é:

**Resolução da T2 da GT3**